Reflexiones histórico-pedagógicas sobre estilo epistemológico en la práctica matemática

Luis Carlos Arboleda
Universidad del Valle
Colombia
luis.carlos.arboleda@gmail.com

La teoría de los continuos es un capítulo obligado en la enseñanza universitaria de la topología general o topología de conjuntos de puntos. Como un continuo es un espacio métrico, compacto y conexo, su estudio implica estar familiarizado previamente con estos conceptos. Sólo después es posible analizar las propiedades características de objetos matemáticos como arcos, continuos de Peano, cadenas de continuos, continuos descomponibles e indescomponibles o seudo arcos. Esta es la presentación estándar de los textos universitarios, por ejemplo (Christenson, 1977).

Sin embargo, la explicación de los fundamentos de la teoría de los continuos según este orden lógico no da cuenta de aspectos de fondo para la historia de las matemáticas e incluso para la educación matemática. Queda sin explicarse cuál es la función que esta misma lógica de presentación cumple en el sistema de conocimiento. Cómo un teorema o propiedad de alguno de estos objetos se conecta con un sistema de axiomas y de definiciones con el propósito de fijar la lógica del encadenamiento deductivo. Si el filósofo o el profesor de matemáticas quieren comprender, por ejemplo, el papel de los continuos en la topología general, no pueden hacerlo únicamente a partir de la comprensión de la lógica interna de su presentación teórica.

Además de ello deben ejercitarse en la reconstrucción de algunos momentos significativos de su historia, que les permita tomar conciencia, así sea en forma mínima, de la heurística del proceso de esta construcción, los propósitos a los cuales respondió, los problemas que vino a resolver, es decir, sus razones de ser en tanto tal o cual objeto de la clase de los continuos. Esta reconstrucción también pondrá en evidencia cómo el continuo matemático actual deslindó fronteras con las visiones tradicionales del continuo, esto es, cómo sus propiedades adquirieron estatus universal al establecerse a partir de determinado sistema de axiomas.

Esta es precisamente la orientación general del presente cursillo. Nos proponemos examinar algunas de las transformaciones históricas y filosóficas de la práctica matemática que condujeron a comienzos del siglo XX a la emergencia del sistema axiomático para formalizar los continuos y con el cual estamos familiarizados en la educación superior. Adoptamos el punto de vista de Kitcher en el cual se define el concepto de práctica matemática por cinco componentes: un lenguaje, un conjunto de declaraciones aceptadas, un conjunto de razonamientos aceptados, un conjunto de preguntas seleccionadas como importantes, y un conjunto de puntos de vista metamatemáticos que incluye no solamente las normas para la prueba y la definición, sino también "afirmaciones sobre el alcance y la estructura de las matemáticas" (Kitcher, 1984). Adicionalmente, mostramos la conveniencia de diferenciar explícitamente en el conjunto de estos factores, los métodos, procedimientos, técnicas y estrategias de la práctica, y la estética y valores de las matemáticas.

Ilustraremos este punto de vista de práctica matemática con el estudio de la contribución de Zygmunt Janiszewski a los fundamentos topológicos de la teoría de los continuos. (Arboleda, Chaves, 2020). Nos interesa examinar el estilo epistemológico de la práctica matemática de Janiszewski. Para ello retomamos el punto de vista de Chevalley, uno de los fundadores de la célebre escuela matemática francesa de los Bourbaki, en cuanto a caracterizar el nuevo estilo epistemológico de las matemáticas a comienzos del siglo XX (Chevalley, 1935). En primer lugar, veremos que para autores como Janiszewski y Maurice Fréchet, el creador de la topología de los espacios abstractos, la matemática moderna no es constructiva sino descriptiva, en cuanto los objetos matemáticos se definen por comprensión y no por extensión.

El nuevo estilo de práctica también se aprecia al analizar las concepciones de estos autores sobre el proceso de emergencia de las teorías abstractas y las formas concomitantes de intuición a través del siguiente esquema: a) Se asume determinada teoría matemática como base para la construcción y definición de nuevos objetos; en el caso de Janiszewski y la emergente teoría de los continuos, se trata de la teoría cantoriana de conjuntos de puntos; b) Se determina un sistema de axiomas con las mínimas propiedades necesarias para definir objetos, de tal manera que se preserven las "buenas" intuiciones y se abandonen las intuiciones "impropias"; c) En el estudio de las anteriores cuestiones se aplican las herramientas de la lógica matemática o análisis lógico.

Referencias

Arboleda, L. C. and Chaves, A (2020). On the centenary of Zygmunt Janiszewski (1888-1920): Ideals of Mathematical Practice and the constitution of Continuum Theory. Qualitative Research Journal. São Paulo (SP), v.8, n.18, p. 431-453. Special Edition: Philosophy of Mathematics. https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/339/214

Christenson, Ch. O. (1977). (with W. l. Voxman), Aspects of Topology. New York: Marcel Dekker.

Chevalley, C. (1935) Variations du style mathématique, Revue de Metaphysique et de Morale, 3: 375–384.

Kitcher, P. (1984). The Nature of Mathematical Knowledge. Oxford: Oxford University Press.